on a : $S_{(AC)}$: A $\rightarrow$ A
K $\rightarrow$ J
C $\rightarrow$ C

AKC étant un triangle rectangle en K et $S_{(AC)}$ conserve l'orthogonalité alors le triangle AJC est rectangle en J d'où (CJ) $\perp$ (AJ) .

2°/ $S_2 \circ S_1$ est la composé de deux symétries orthogonales dont les axes sont sécants en A d'où $S_2 \circ S_1$ est une rotation de centre A .
Soit α une mesure de son angle .

on a : $\alpha \equiv 2\,(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})\,[2\pi] \equiv \pi[2\pi]$

donc $S_2 \circ S_1$ est une asymptote centrale de cantre A .

$S_2 \circ S_1(I) = S_2\,[\,S_1(I)] = S_2\,(K) = J$ or $S_2 \circ S_1 = S_A$ d'où A = I * J .

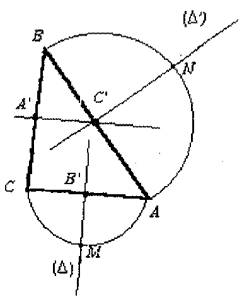
3°/on a : $\text{tg}\,\theta = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{1}{2}$ et $\text{tg}\,\theta = \dfrac{AK}{CK}$ et par suite 2AK = CK

d'autre part : IJ = 2AI car A = I * J
= 2AK car la symétrie $S_{(AB)}$ conserve les distances .

d'où IJ = CK . Or CK= CJ (car la symétrie d'axe (AC) conserve les distances) d'où IJ = CJ .

Solution 5 :

1°/

$$\begin{cases} MA = MC \\ (\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MC}) \equiv \dfrac{\pi}{2}\,(2\pi) \end{cases} \Leftrightarrow M \in D \cap \mathcal{C}$$

où D est la médiatrice de $[AC]$ et $\mathcal{C}$ l'arc du cercle de diamètre $[AC]$ ne contenant pas B, privé de A et C. D'où la construction.